

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.05.030

抗转动特性对颗粒材料分散性失稳的影响研究

刘嘉英^{1,2}, 马 刚^{1,2}, 周 伟^{1,2}, 常晓林^{1,2}

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 对于岩土类的颗粒材料, 在特定的应变加载路径下会发生非局部化的失稳现象, 此时应力状态处于 Mohr-Coulomb 屈服面内, 试样整体急剧失稳。采用颗粒离散元方法, 研究抗转动特性对颗粒材料在等比例应变加载路径下宏、细观力学特性的影响。模拟发现, 较为松散的试样更易发生分散性失稳, 此时颗粒集合体的应力-应变状态满足 Hill 材料失稳准则。采用考虑颗粒转动的接触模型进行离散元模拟, 通过改变颗粒间接触的转动摩擦系数, 从宏观和细观层面分析等比例应变加载路径中颗粒材料的稳定性。颗粒抗转动能力的增强可以降低材料发生分散性失稳的可能性, 随着转动摩擦系数的增加, 应力路径由应变软化逐渐转为应变硬化, 原本会发生分散性失稳的松散颗粒集合体表现出与密实颗粒集合体相似的宏观力学特性; 颗粒集合体的内部结构表现出相应的细观作用机制, 转动摩擦系数的增加有效地抑制了颗粒转动, 虽然降低了颗粒体系的配位数, 但增加了颗粒之间的接触力, 增强了颗粒体系力链结构的稳定性和各向异性, 形成稳定的结构持续抵抗外荷载的施加, 从而试样整体不会形成松散的接触状态而失去稳定性。

关 键 词: 离散元; 抗转动特性; 分散性失稳; 等比例应变加载; 细观机制

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2017)05-1472-09

Impact of rotation resistance on diffuse failure of granular materials

LIU Jia-ying^{1,2}, MA Gang^{1,2}, ZHOU Wei^{1,2}, CHANG Xiao-lin^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: Under the certain strain path, granular materials may exhibit non-localized failure mode corresponding to an abrupt occurrence of failure with the stress states within the Mohr-Coulomb yielding surface. Using the discrete element method (DEM), mechanical properties of granular material with different rolling friction coefficients are examined under proportional strain loading paths. For particle assemblies of different densities, looser assemblies tend to have diffuse failure, which qualifies Hill's second-order work criterion. A contact model considering rolling friction is adopted in DEM analysis. By changing the rolling friction coefficient, micro-macro mechanical properties of particle assembly are studied under a specific proportional strain-loading path. The enhancement of particle rolling resistance reduces the likelihood of diffuse failure. At the macro level, stress path changes from strain softening to strain hardening as the rolling friction coefficient increases, and the looser particle assembly exhibits the similar mechanical behaviours as the denser one. The micro-structure shows the corresponding mechanism of action. As the rolling friction coefficient increases, the angular velocities of particles and their distribution will be well controlled. Although the coordination number decreases, the contact forces are enhanced, and the instabilities and anisotropies of the force chain distribution can be improved in the system. All the microscopic parameters manifest a stable structure, which can resist the increasing load, thus the specimen will not form a loose contact state and diffuse failure will not occur.

Keywords: discrete element; rolling resistance characteristics; diffuse failure; proportional strain path; microscopic mechanism

1 引 言

对非关联的岩土颗粒材料, 如砂土, 其在特定

的加载路径下, 存在未达到 Mohr-Coulomb 塑性极限状态的失稳模式, 即分散性失稳。饱和松砂的不排水剪切试验可能导致砂土的静态液化, 分散性失

收稿日期: 2015-06-05

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(No. 51509190); 国家自然科学基金面上项目(51579193); 中国博士后科学基金面上资助(No. 2016T90727)。This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51509190, 51579193), the China Postdoctoral Science Foundation (2016T90727).

第一作者简介: 刘嘉英, 女, 1990 年生, 博士研究生, 主要从事高坝结构数值仿真方面的研究工作。E-mail: ljiy0405@126.com

通讯作者: 马刚, 男, 1985 年生, 博士, 副教授, 主要从事高坝结构数值仿真方面的研究工作。E-mail: magang630@whu.edu.cn

稳现象与之类似，其应力-应变曲线在达到峰值后，如果对其进行轴向应力加载，试样整体将会急剧地失稳^[2]，且不会产生局部的剪切带^[3]。

饱和松砂的静态液化可视为分散性失稳的一种特例。静态液化可能是边坡失稳的隐含机制之一^[4]，目前国内外对于砂土的静态液化研究较多，如 Lade^[5]、Yamamuro 等^[6]分析了室内试验中饱和松砂的静态液化现象；徐小敏^[7]采用离散单元法研究了砂土的静态液化机制。对密实的岩土颗粒材料试样，通过控制加载过程中的体积变形，即有可能发生分散性失稳现象^[8]。Lancelot 等^[9]对 Hostun 砂进行了低围压下特定体积变形速率的试验，并对体积膨胀的加载路径可能引起的静态液化(分散性失稳)和土体稳定性进行了研究；Jrad 等^[10]进行了饱和松砂在不同等比例应变加载路径下的试验，并采用二阶功判定准则对试验数据进行分析。试验研究均表明，砂土类颗粒材料在特定应变路径下发生了分散性失稳。

在细观数值研究方面，Nicot 等^[11-12]采用圆球来模拟砂土颗粒，应用离散元方法研究了分散性失稳现象与机制，但该研究并未考虑颗粒的抗转动特性。Oda 等^[13]通过试验发现，当颗粒之间的滑动摩擦系数较大时，决定其力学机制的主要因素为颗粒间的转动。由于真实砂土颗粒具有不规则形状，加入转动摩擦可以近似考虑颗粒形状的影响，使数值模拟结果更接近实际情况。因此，很多学者对离散单元法做了改进，引入了考虑抗转动特性的接触模型，如蒋明镜等^[14]、刘一鸣等^[15]。Zhou 等^[16]也采用考虑转动的颗粒接触模型，研究了颗粒材料的宏细观机制。

本文采用基于分子动力学软件 LAMMPS 开发的离散元软件 LIGGGHTS (LAMMPS improved for general granular and granular heat transfer simulations)^[17]模拟了颗粒材料等比例应变加载条件下的力学响应。对于不同密实程度的颗粒材料，应用 Hill 材料失稳准则，根据二阶功的正负判断材料是否可能发生了分散性失稳，并针对某一初始孔隙比试样，研究了颗粒抗转动特性在等比例应变加载路径下对颗粒体系的宏观力学特性影响，揭示了抗转动特性的细观机制。

2 考虑颗粒转动的接触模型

考虑颗粒转动的离散元接触模型如图 1 所示，主要分为法向接触、切向接触以及抗转动部分。

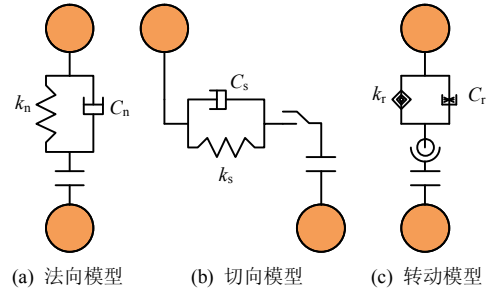


图 1 考虑颗粒转动的接触模型示意

Fig.1 Contact model considering particle rolling

采用 Hertz-Mindlin 非线性接触模型计算颗粒间的法向和切向接触力。该模型基于 Hertz 理论和 Mindlin-Deresiewicz 理论，将接触过程简化为弹簧振子的阻尼振动。

颗粒间法向和切向接触力计算公式如下：

$$\mathbf{F} = (k_n \delta \mathbf{n}_{ij} - \gamma_n \nu \mathbf{n}_{ij}) + (k_t \delta \mathbf{t}_{ij} - \gamma_t \nu \mathbf{t}_{ij}) \quad (1)$$

式中：第 1 项表示颗粒法向接触力 F_n ；第 2 项表示颗粒切向接触力 F_t ； k_n 、 k_t 分别为法向和切向接触刚度； γ_n 、 γ_t 分别为法向和切向阻尼系数； $\mathbf{n}_{ij}$ 、 $\mathbf{t}_{ij}$ 分别为接触法向与切向矢量； $\delta \mathbf{n}_{ij}$ 、 $\delta \mathbf{t}_{ij}$ 分别为法向和切向重叠量； ν 为颗粒速度大小。

颗粒间发生滑动的条件为 $F_t > \mu F_n$ ， μ 为颗粒间的滑动摩擦系数。

对于法向接触刚度 k_n 和切向接触刚度 k_t ，可根据下式计算：

$$k_n = \frac{4G}{3(1-\nu)} \sqrt{R^* \delta_n} \quad (2)$$

$$k_t = \frac{4G(1+\nu)}{(2+\nu)(1-\nu)} \sqrt{R^* \delta_n} \quad (3)$$

式中： G 为材料的剪切模量，且有 $G = E/2(1+\nu)$ ； E 为材料的弹性模量； ν 为材料的泊松比； δ_n 为颗粒接触法向重叠量； R^* 为接触颗粒的平均半径，且有

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4)$$

对于法向和切向阻尼系数 γ_n 、 γ_t ，其计算公式为

$$\gamma_n = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_n m^*} \geq 0 \quad (5)$$

$$\gamma_t = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\beta\sqrt{S_t m^*} \geq 0 \quad (6)$$

其中:

$$S_n = \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{R^* \delta_n} \quad (7)$$

$$S_t = \frac{2E}{(2+\nu)(1-\nu)} \sqrt{R^* \delta_n} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \quad (9)$$

式中: e 为恢复系数; m^* 为接触颗粒的平均质量, 有

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad (10)$$

转动摩擦模型为文献[17]中的弹塑性模型, 该模型在颗粒动力平衡系统中添加一个转动阻力矩 M_r , 主要由弹簧阻力矩 M_r^k 和阻尼阻力矩 M_r^d 组成。为便于分析, 本文只考虑弹簧阻力矩的影响, 不考虑转动阻尼。阻力矩 M_r^k 可表示为

$$\left. \begin{aligned} M_{r,t+\Delta t}^k &= M_{r,t}^k + \Delta M_r^k \\ |M_{r,t+\Delta t}^k| &\leq M_r^m \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: $M_{r,t}^k$ 为 t 时刻颗粒间的转动阻力矩; ΔM_r^k 为 Δt 时段内的转动阻力矩增量; M_r^m 为颗粒发生转动的临界值。转动阻力的计算模型如图 2 所示。

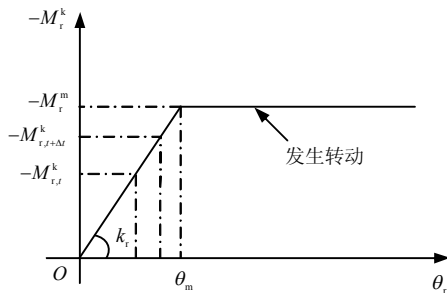


图 2 转动阻力矩计算模型
Fig.2 Rolling resistance torque of spring

根据图 2 所示的关系, 各物理量可由下列公式计算得出:

$$\Delta M_r^k = -k_r \cdot \Delta \theta_r \quad (12)$$

$$M_r^m = \mu_r R_i F_n \quad (13)$$

$$k_r = \mu_r R_i F_n / \theta_r^m \quad (14)$$

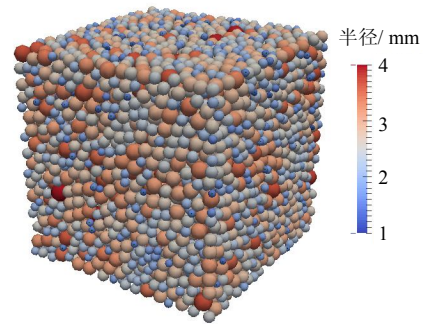
式中: θ_r 为颗粒间相对转角; $\Delta \theta_r$ 为对应的转角增量; θ_r^m 为对应于 M_r^m 的最大转角; k_r 为颗粒转动刚

度; μ_r 为颗粒间转动摩擦系数; $R_i = R_i \times R_j / (R_i + R_j)$ 为相对半径; F_n 为颗粒间法向接触力。文中通过改变颗粒间的转动摩擦系数 μ_r 来改变颗粒间的抗转动特性。

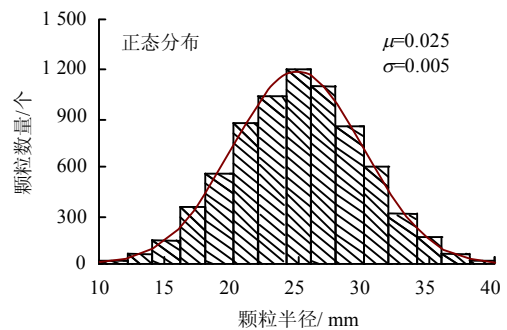
3 等比例应变路径加载数值试验

3.1 数值试样与细观参数

在三维空间中随机生成粒径服从正态分布的圆球颗粒, d_{50} 为 2.5 mm, 共计 7 411 个颗粒。各向同性压缩后制成大小为 0.1 m×0.1 m×0.1 m 的立方体试样。制样时通过赋予不同的颗粒间滑动摩擦系数, 可制备不同初始孔隙比的试样^[19]。制样过程中控制墙体应力为 1 MPa, 通过改变颗粒间滑动摩擦系数 (0.010、0.050、0.100、0.105、0.150、0.250) 生成 6 个不同初始密实度的试样, 初始孔隙比分别为 0.604、0.630、0.638、0.647、0.655 和 0.670。图 3 所示为初始孔隙比为 0.638 的数值试样和粒径分布。



(a) 离散元数值试样



(b) 颗粒半径分布

图 3 离散元数值模型

Fig.3 Numerical model for DEM simulations

本文计算参数在一般取值范围内选取, 除转动摩擦系数外, 离散元计算的参数如表 1 所示。加载过程中的转动摩擦系数分别取 0.00、0.02、0.05、0.10、0.20、0.40 等值。

表 1 数值模拟微观参数
Table 1 Parameters used in the simulations

密度 /(g/cm ³)	弹性模量 /GPa	泊松比	滑动摩擦系数	恢复系数 (回弹系数)
2.6	20.0	0.25	0.5	0.3

3.2 等比例应变加载路径

等比例应变加载路径控制试样的体积变形，一般采用试样 3 个方向的应变增量控制。轴对称的等比例应变加载路径表示为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_1 &> 0 \\ d\varepsilon_2 &= d\varepsilon_3 \\ d\varepsilon_1 + 2Rd\varepsilon_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中： $d\varepsilon_1$ 、 $d\varepsilon_2$ 、 $d\varepsilon_3$ 分别为试样 3 个方向的应变增量。

离散元数值试验中，通过调整 R 的大小控制试样体积变形：

(1) 当 $R > 1$ 时，试样体积收缩，特别当 $R = \infty$ 时对应于单轴压缩试验。

(2) 当 $R = 1$ 时，试样体积不变，对应于不排水三轴剪切试验。

(3) 当 $0 < R < 1$ 时，试样体积膨胀。

对于轴对称的等比例应变加载路径数值模拟，首先对试样进行各项同性压缩直至预定的围压值，然后按照式 (15)，对试样轴向和侧向的加载位移进行控制。

4 不同密实程度颗粒材料的失稳分析

首先不考虑颗粒间的转动摩擦因素，对不同密实程度的试样进行多个等比例应变加载数值模拟（对应式 (15) 中不同的 R 值）。限于篇幅，这里只对 $R = 0.714$ 、围压为 1 MPa 的离散元模拟结果进行分析，此时不同密实程度试样的宏观力学响应具有较好的代表性。

图 4 所示为不同初始孔隙比试样在加载过程中剪应力 q 和平均应力 p 之间的关系曲线。剪应力 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ ，平均应力 $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ ，其中 σ_1 、 σ_3 分别为试样的大主应力与小主应力。分析图 4，类比饱和和松砂不排水剪切试验的 3 种类型：应变软化 (SS, strain softening)、部分应变软化 (LSS, limited strain softening)、应变硬化 (SH, strain hardening)，可知当试样初始孔隙比 e 小于 0.647 时， p - q 曲线上剪应力持续增大到试验结束，不会发生失稳现象，属于应变硬化 (SH) 类型；当试样初始孔隙比为 0.647， p - q 曲线存在一个局部峰值，剪应力达到局

部峰值后到达相变点（对应剪应力最小值），由应变软化转为应变硬化；试样初始孔隙比大于 0.647 时，属于应变软化类型 (SS)，剪应力 q 在达到峰值后持续减小直至消失，类似于松砂不排水剪切试验中的静态液化现象，试样加载中的峰值剪应力状态极有可能导致分散性失稳现象的发生。上述宏观力学响应与已有文献 [11–12] 室内试验与数值模拟结果一致，可认为基于 LIGGGHTS 的离散元数值模拟是合理可靠的。

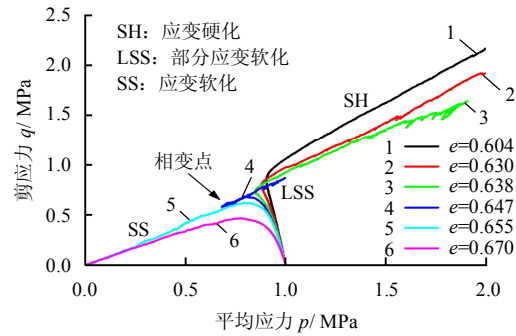


图 4 不同密度试样的应力路径
Fig.4 Stress paths in meridian plane under different densities

根据非关联性材料的弹塑性理论，Hill^[20]提出“二阶功准则”。该准则采用共轭的应力增量 $d\sigma$ 和应变增量 $d\varepsilon$ 来判断材料的状态。将试样看作一个体积为 V 的材料点，当其满足 $d^2W = \int d\sigma : d\varepsilon < 0$ 条件时，即使不改变任何边界上的外荷载，也没有外部能量的输入，该物质点也可能会发生不可逆的整体失稳。

在等比例应变加载路径中有 $\Delta\varepsilon_1 + 2R\Delta\varepsilon_3 = 0$ ，因此，二阶功可简化为

$$\begin{aligned} d^2W &= d\sigma_1 d\varepsilon_1 + 2d\sigma_3 d\varepsilon_3 = \\ &= d\varepsilon_1 \left(d\sigma_1 - \frac{d\sigma_3}{R} \right) + (d\varepsilon_1 + 2Rd\varepsilon_3) \frac{d\sigma_3}{R} = \\ &= d\varepsilon_1 \left(d\sigma_1 - \frac{d\sigma_3}{R} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $d\varepsilon_1$ 恒大于 0，因此当 $(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 出现峰值， $(d\sigma_1 - d\sigma_3/R) \leq 0$ 时，试样会发生失稳。

将初始孔隙比为 0.604、0.647、0.670 等比例应变数值模拟结果采用式 (16) 计算二阶功，演化曲线如图 5 所示。对于初始孔隙比为 0.604 的试样，二阶功 d^2W 始终为正值，试样处于稳定状态；对于初始孔隙比为 0.647 的试样，二阶功 d^2W 在轴向应变约为 1% 时接近 0 值，之后在 0 值附近有所波动，

参照 $(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 曲线, $(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 值在达到约 0.5 MPa 后基本持平, 可以判断试样的二阶功未出现负值; 对于初始孔隙比为 0.670 的试样, 在轴向应变为 0.01 附近二阶功 d^2W 达到了 0 以下, 从

$(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 曲线也可看出, $(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 在轴向应变 0.01 附近存在峰值, 之后 $d\sigma_1 - d\sigma_3/R < 0$, 试样在 $d^2W = 0$ 处开始处于不稳定状态, 在 $(\sigma_1 - \sigma_3)/R$ 值减小为 0 时完全丧失承载能力。

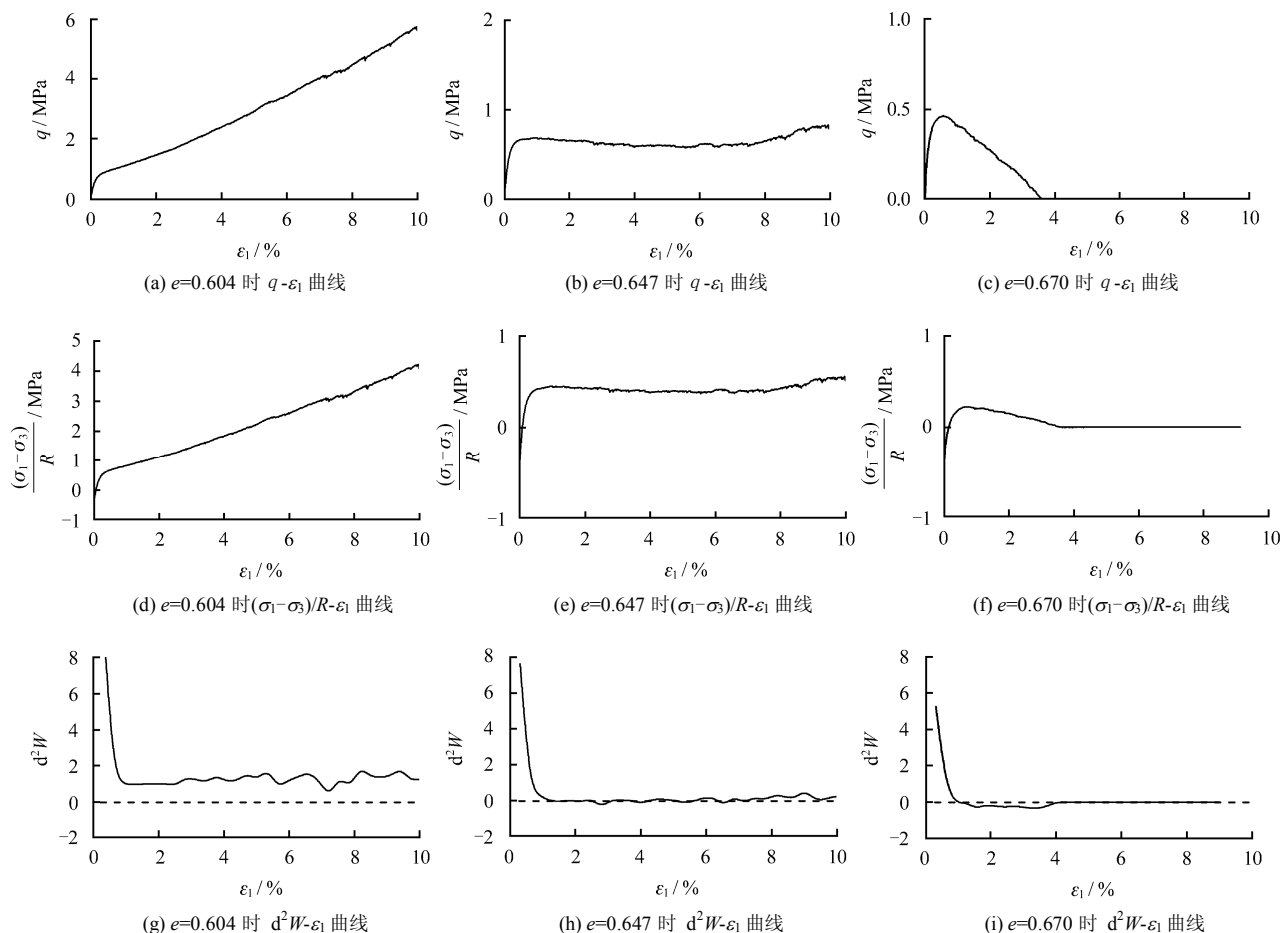


图 5 不同孔隙比试样加载过程的二阶功演化曲线

Fig.5 Evolutions of second-order work under conditions with different initial void ratios

5 考虑抗转动特性的宏观力学响应

对初始孔隙比为 0.655 的试样, 分别赋予转动摩擦系数为 0.01、0.02、0.05、0.10、0.20、0.40, 其余条件与第 3 章完全相同, 进行等比例应变加载路径数值试验。

图 6 为不同转动摩擦系数下试样的剪应力 q 与轴向应变 ε_1 的关系曲线。由图可知, 随着转动摩擦系数的增加, 剪应力的变化趋势有所改变。不考虑颗粒间的抗转动效应时 ($\mu_r = 0.0$), 试样在轴向应变约为 0.08 处剪应力减小为 0, 失去了承载能力; 当转动摩擦系数 $\mu_r = 0.02$ 时, 剪应力 q 在达到峰值后基本保持不变, 并在加载后期有略微增加的趋势; 当转动摩擦系数 $\mu_r > 0.05$ 时, 剪应力 q 持续增加, 试样的承载能力不断增强。转动摩擦的增加使整个

颗粒体系的宏观力学响应发生了变化, 使得可能失稳的松散颗粒集合体表现出与密实颗粒集合体相似的力学特性。

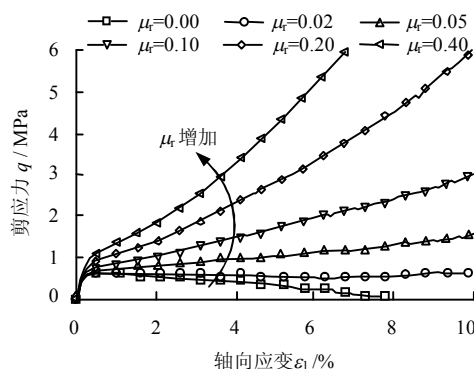


图 6 不同转动摩擦系数下的轴向应变与剪应力关系曲线
Fig.6 Curves of deviatoric stress versus axial strain under different rolling friction coefficients

图7所示为不同转动摩擦系数下的剪应力 q 和平均应力 p 之间的关系曲线。与图6所示的规律对应,随着转动摩擦系数的增加,颗粒体系的剪切强度有所提升,曲线的倾角也逐渐变大。当转动摩擦系数 $\mu_r = 0.02$ 时, $p-q$ 曲线存在一个局部峰值,剪应力值在经历相变点后应力路径由应变软化转为应变硬化;当转动摩擦系数 $\mu_r > 0.05$ 时,剪应力 q 持续增加,且 μ_r 越大,增加的幅度越大。

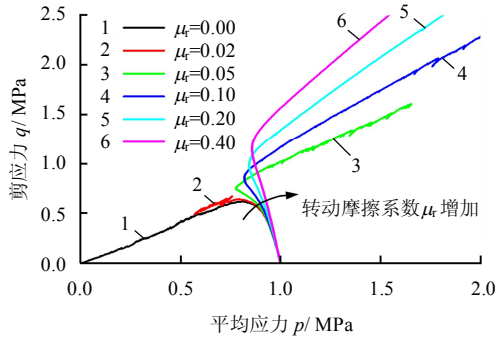


图7 不同转动摩擦系数下的应力路径

Fig.7 Stress paths in the meridian plane with different rolling friction coefficients

6 抗转动作用的微细观机制分析

6.1 颗粒转动速度

图8为转动摩擦系数分别为0.00、0.02以及0.20的试样在加载过程中轴向应变为8%时的颗粒转动速度绝对值分布。对于 $\mu_r = 0.0$ 试样的颗粒转速分布,大部分集中在转动速度为0.0~0.5 rad/s之间,但转速大于0.5 rad/s的颗粒依然有少量分布;对于 $\mu_r = 0.02$ 试样的颗粒转速分布,规律与 $\mu_r = 0.0$ 试样基本相同,但在转速比较小的区域分布更为集中;而对于 $\mu_r = 0.2$ 试样的颗粒转速分布,基本都集中于转速在0.0~0.5 rad/s范围内,且更多的颗粒转速小于0.25 rad/s。由图可知,引入颗粒转动摩擦模型

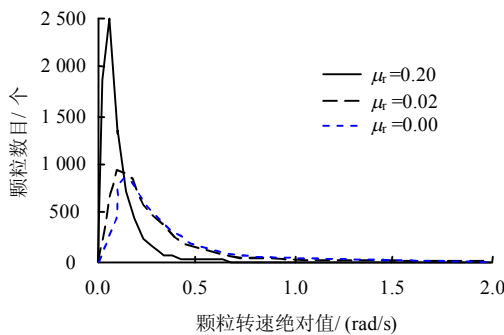


图8 不同转动摩擦系数下的颗粒转速分布

Fig.8 Rotational velocity distribution under different rolling friction coefficients

有效地限制了颗粒的转动,使颗粒体系更加稳定,这与已有研究规律^[15]相似。

6.2 配位数与接触力

配位数与颗粒材料内部结构的稳定性直接相关,采用有效配位数描述颗粒间的平均接触数,有效配位数不同于平均配位数,除去了颗粒无接触和仅有一个接触的情况。其表达式为

$$C_n = \frac{2N_c - N_{b1}}{N_b - N_{b1} - N_{b0}} \quad (17)$$

式中: N_c 、 N_b 分别为总的接触数和颗粒数; N_{b0} 为无接触的颗粒数; N_{b1} 为仅有一个接触的颗粒数。

图9为不同转动摩擦系数下的有效配位数演化曲线。

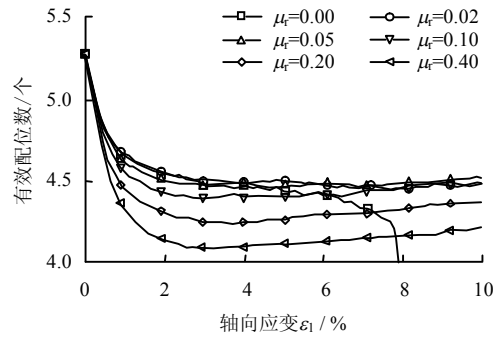


图9 不同转动摩擦系数下的有效配位数演化曲线

Fig.9 Evolutions of effective coordination number with different rolling friction coefficients

由图可知,等比例应变加载开始后,不同转动摩擦系数对应的平均有效配位数均有所下降,且除 $\mu_r = 0.00$ 试样外,转动摩擦系数越大,平均有效配位数下降得越快;加载后期,转动摩擦系数为0.00对应的配位数骤减,而其余转动摩擦系数对应的配位数都有所增加,但较大的转动摩擦系数对应的配位数较小。该规律与已有离散元排水试验^[14-15]结果类似,即颗粒间的抗转动特性降低了试样的有效配位数,而试样的强度却有所提高,这与颗粒材料结构内部的接触力以及力链分布有关。

图10分别为不同转动摩擦系数下的等比例应变路径加载过程中颗粒间平均法向接触力、平均切向接触力随轴向应变的演化曲线。图11为加载结束时,转动摩擦系数分别为0.00、0.02以及0.20对应的YZ平面的力链结构图。

由图10、11可以看出,转动摩擦系数的增加使颗粒间的接触力亦有明显的增加,而颗粒体系内部的力链结构也更加稳定。对比图9中的配位数演化,转动摩擦系数较大的试样虽然平均配位数较小,但

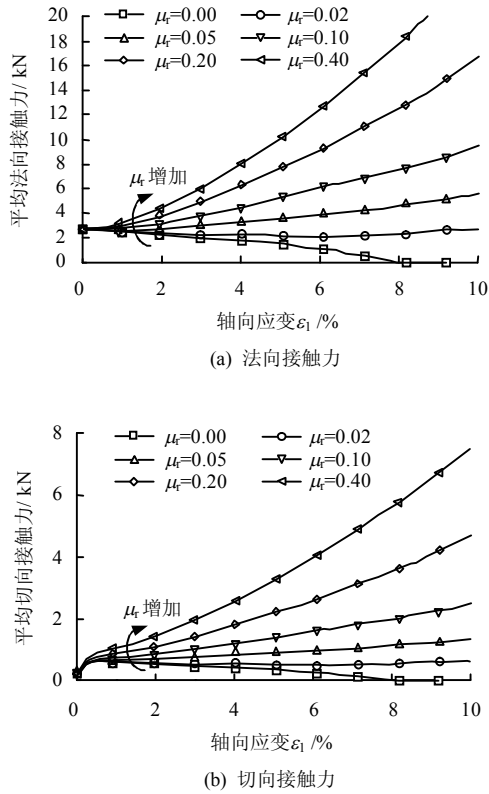


图 10 不同转动摩擦系数下的接触力演化曲线
Fig.10 Evolutions of contact force with different rolling friction coefficients

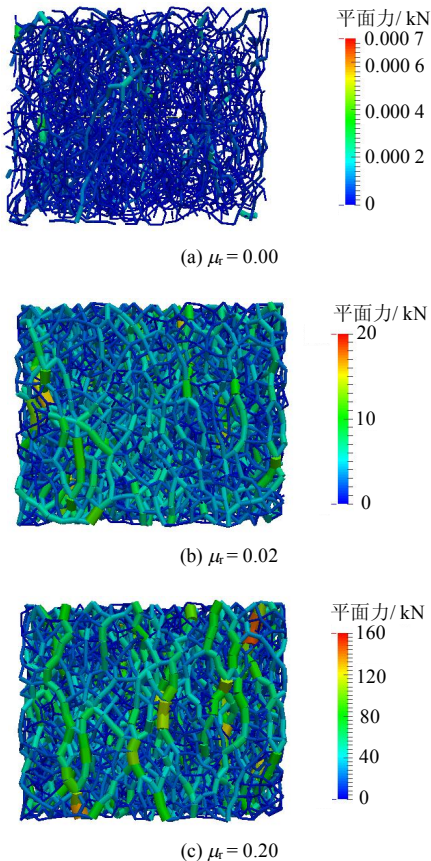


图 11 不同转动摩擦系数加载结束时 YZ 平面力链图
Fig.11 Force chain at the end of loading in YZ plane

颗粒之间的接触力作用较强, 而且强接触力之间形成了稳定的平行于加载方向的力链结构, 抵抗外荷载的施加。从图 11 中可以明显地看到, 当转动摩擦系数 $\mu_r = 0.00$ 时, 加载结束时试样发生了失稳, 力链结构破坏, 颗粒体系接触力较为松散; 而对于转动摩擦系数 $\mu_r = 0.02$ 以及 $\mu_r = 0.20$ 的试样, 加载结束时力链结构较为稳定, 纵向强力链对试样整体形成有效支撑, 且 $\mu_r = 0.20$ 的试样相对更加明显。不同的转动摩擦系数所对应的初始孔隙比以及应变路径完全相同, 加载结束时的试样尺寸也相同, 但试样内部接触结构由于转动摩擦系数的增加发生了很大变化, 颗粒间的相互作用更加明显, 形成了有效的力的传递路径, 说明颗粒的抗转动特性可以增强颗粒体系内部的力链结构稳定性, 使其不易发生全局化的失稳。

6.3 各向异性

颗粒间的相互作用可由接触法向 $\mathbf{n}$ 、枝向量 $\mathbf{l}^c$ 、法向接触力 $\mathbf{f}_n^c$ 和切向接触力 $\mathbf{f}_t^c$ 等矢量进行描述。 $\mathbf{l}^c$ 是指两接触颗粒中心的连线。接触法向矢量 $\mathbf{n}$ 是指颗粒接触点处切平面外法线方向, 可用其方向余弦来表征。

Oda^[21]提出采用组构张量来描述颗粒接触特性:

$$\phi_{ij} = \int_{\Theta} E(\Theta) n_i n_j d\Theta = \frac{1}{N_c} \sum_{c \in N_c} n_i n_j \quad (18)$$

式中: n_i 、 n_j 为接触法向在笛卡尔坐标系中的分量; Θ 为接触法向的计算域; $E(\Theta)$ 为接触法向的概率密度函数, 可表示为

$$E(\Theta) = \frac{1}{4\pi} [1 + a_{ij}^c n_i n_j] \quad (19)$$

式中: a_{ij}^c 为一个反映全局接触法向各向异性的二阶对称偏张量。将式 (19) 代入式 (18) 积分后可以得到:

$$a_{ij}^c = \frac{15}{2} \phi_{ij}' \quad (20)$$

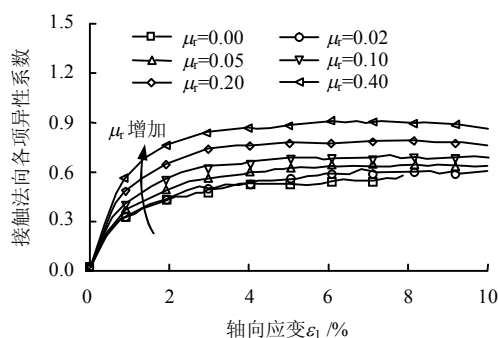
式中: ϕ_{ij}' 为张量的 ϕ_{ij} 偏张量。

接触法向各向异性系数可用 a_{ij}^c 的第二不变量表示为

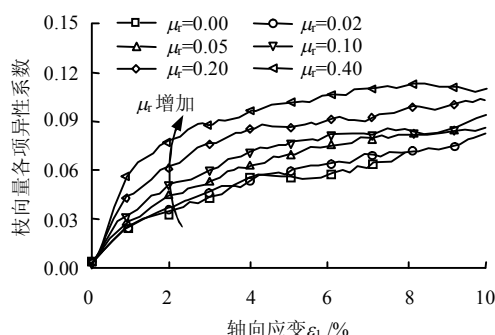
$$a^c = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ij}^c a_{ij}^c} \quad (21)$$

类似组构张量的描述, 枝向量 $\mathbf{l}^c$ 、法向接触力 $\mathbf{f}_n^c$ 、切向接触力 $\mathbf{f}_t^c$ 也可定义其张量及各向异性系数^[22]。

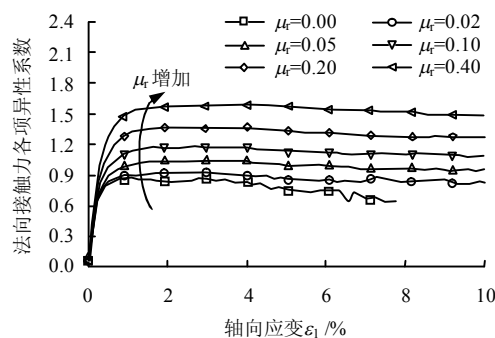
图 13 为等比例应变路径加载过程中不同转动摩擦系数下的各向异性系数演化曲线。由于试样轴向压缩, 而侧向发生膨胀变形, 故各向异性系数在



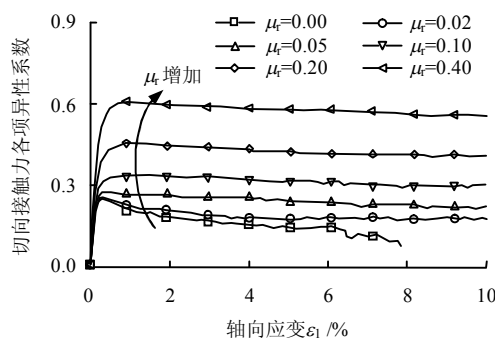
(a) 接触法向各向异性系数



(b) 枝向量各向异性系数



(c) 法向接触力各向异性系数



(d) 切向接触力各向异性系数

图 13 不同转动摩擦系数下的各向异性系数演化曲线

Fig.13 Evolutions of anisotropies with different rolling friction coefficients

开始加载阶段均随着轴向应变的增加而迅速增大, 且转动摩擦系数越大, 各向异性系数增加得越快。随着加载的进行, 接触法向各向异性系数、法向接触力各向异性系数以及切向接触力各向异性系数均在达到某一峰值后保持稳定或者略微减小, 而枝向量各向异性系数则保持持续增长趋势。这与试样加载过程中体积持续膨胀, XY 平面内的颗粒不断向外扩张, 颗粒之间的距离不断增加有关; 而接触法向各向异性系数等不涉及颗粒之间的接触长度, 已达到相对稳定的状态。对于加载后期转动摩擦系数大于 0 的试样, 各向异性系数基本处于稳定状态, 即颗粒集合体所演化出的各向异性程度达到了上限, 表明颗粒系统内部已形成比较稳定的接触结构。转动摩擦系数越大, 所对应的稳定状态各向异性系数越大, 这是由于颗粒体系内部接触较少, 但强弱接触力差异更加悬殊, 且强接触力沿加载方向的支撑作用更加明显。

7 结 论

(1) 对于不同初始密实程度的颗粒材料, 较松散的颗粒体系更易出现分散性失稳的现象。应用 Hill 材料失稳准则, 可以通过二阶功正、负值判断材料是否处于失稳状态。

(2) 颗粒间的抗转动特性对颗粒体系的宏观力学响应有显著的影响, 降低了材料发生分散性失稳的可能性。当转动摩擦系数增加时, 原本可能发生分散性失稳的松散颗粒集合体表现出与密实颗粒集合体相似的力学特性。

(3) 抗转动特性使颗粒体系的细观力学性能发生了改变, 增强了颗粒间的相互作用与整体稳定性。转动摩擦系数的增加有效地限制了颗粒的转动, 虽然降低了颗粒体系的配位数, 但增大了颗粒之间的相互作用力, 形成了更加稳定的各向异性力链结构, 从而试样整体不会由于松散的接触状态而丧失承载能力。

(4) 颗粒材料的抗转动特性与颗粒形状相关, 接触模型中转动摩擦系数与颗粒形状的关系将在后续研究中进一步开展。

参 考 文 献

- [1] NICOT F, DARVE F. Diffuse and localized failure modes: Two competing mechanisms[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2011, 35(5): 586—601.
- [2] CASTRO G. Liquefaction and cyclic mobility of saturated

- sands[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, 1975, 101(6): 551—569.
- [3] DARVE F, SERVANT G, LAOUAFA F, et al. Failure in geomaterials: Continuous and discrete analyses[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2004, 193(27): 3057—3085.
- [4] OLSON S M. Liquefaction analysis of level and sloping ground using field case histories and penetration resistance[D]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.
- [5] LADE P V. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1992, 118(1): 51—71.
- [6] YAMAMURO J A, LADE P V. Static liquefaction of very loose sands[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1997, 34(6): 905—917.
- [7] 徐小敏. 砂土液化及其判别的微观机制研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2012.
- XU Xiao-min. Study on the micromechanism of sand liquefaction and its evaluation[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012.
- [8] 马刚, 常晓林, 刘嘉英, 等. 颗粒物质在等比例应变加载下的分散性失稳模式[J]. **岩土力学**, 2015, 36(增刊 1): 181—186.
- MA Gang, CHANG Xiao-lin, LIU Jia-ying, et al. Diffusion failure mode of granular materials under proportional strain path loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Supp.1): 181—186.
- [9] LANCELOT L, SHAHROUR I, AL MAHMOUD M. Instability and static liquefaction on proportional strain paths for sand at low stresses[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2004, 130(11): 1365—1372.
- [10] JRAD M, SUKUMARAN B, DAOUADJI A. Experimental analyses of the behaviour of saturated granular materials during axisymmetric proportional strain paths[J]. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, 2012, 16(1): 111—120.
- [11] NICOT F, DAOUADJI A, HADDA N, et al. Granular media failure along triaxial proportional strain paths[J]. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, 2013, 17(9): 777—790.
- [12] NICOT F, SIBILLE L, HICHER P Y. Micro-macro analysis of granular material behavior along proportional strain paths[J]. **Continuum Mechanics and Thermo-dynamics**, 2015, 27(1-2): 173—193.
- [13] ODA M, KONISHI J, NEMAT-NASSER S. Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials: Effects of particle rolling[J]. **Mechanics of Materials**, 1982, 1(4): 269—283.
- [14] 蒋明镜, 李秀梅, 胡海军. 含抗转能力散粒体的宏微观力学特性数值分析[J]. **计算力学学报**, 2011, 28(4): 622—628.
- JIANG Ming-jing, LI Xiu-mei, HU Hai-jun. Numerical investigation on macro-micro mechanical behaviors of granular materials incorporating rolling resistance[J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2011, 28(4): 622—628.
- [15] 刘一鸣, 杨春和, 霍永胜, 等. 考虑转动阻抗的粗粒土离散元模拟[J]. **岩土力学**, 2013, 34(增刊 1): 486—493.
- LIU Yi-ming, YANG Chun-he, HUO Yong-sheng, et al. Discrete element modeling of behaviors of coarse grained soils considering rolling resistance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(Supp.1): 486—493.
- [16] ZHOU W, LIU J, MA G, et al. Macroscopic and microscopic behaviors of granular materials under proportional strain path: a DEM study[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(18): 2450—2467.
- [17] KLOSS C, GONIVA C. LIGGGHTS: a new open source discrete element simulation software[C]//Proceedings of The Fifth International Conference on Discrete Element Methods. London: [s. n.], 2010.
- [18] AI J, CHEN J F, ROTTER J M, et al. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations[J]. **Powder Technology**, 2011, 206(3): 269—282.
- [19] THORNTON C. Quasi-static simulations of compact polydisperse particle systems[J]. **Particuology**, 2010, 8(2): 119—126.
- [20] HILL R. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1958, 6(3): 236—249.
- [21] ODA M. Fabric tensor for discontinuous geological materials[J]. **Soils and Foundations**, 1982, 22(4): 96—108.
- [22] GUO N, ZHAO J. The signature of shear-induced anisotropy in granular media[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 47: 1—15.